

数 学 (120 分)

(令和 3 年度 前期日程)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この冊子は全部で7ページから成っています。表紙を開くと白紙があります。さらに、その白紙を開いた左のページから1ページ目の問題がはじまります。印刷が不鮮明な場合、又はページの脱落に気付いたときは、申し出てください。
3. 解答用紙は4枚です。
4. 解答は必ず解答用紙の指定された欄に記入してください。(裏面は使用しないこと。)
5. 解答用紙には必ず受験番号、氏名を記入してください。記入を忘れたとき、あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがあります。
6. 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
7. 数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数Bを選択する者は 1 , 2 , 3 , 4-I を、
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数Bを選択する者は 1 , 2 , 3 , 4-II を
を解答してください。
8. 4 については解答用紙の指示に従い、解答するほうを○で囲んでください。
9. 解答は100点満点で採点され、海事システム工学科と海洋電子機械工学科は採点結果の3倍が、流通情報工学科は採点結果の2倍が得点になります。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

1 (配点 25 点)

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, 関数 $y = \sqrt{2}(\sin \theta + \cos \theta) - 2\sin \theta \cos \theta + 5$ を考える. また, $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおく.

- (1) t の値の範囲を求めよ.
- (2) y を t を用いて表せ.
- (3) y の最大値と最小値を求めよ. また, そのときの θ の値を求めよ.

2

(配点 25 点)

座標空間内の 2 点 $A(2, -1, -1)$, $B(1, -1, 3)$ に対して, A を通りベクトル $(1, -1, 0)$ に平行な直線を l_1 , B を通りベクトル $(0, 1, -1)$ に平行な直線を l_2 とする. また, l_1 上の点 C と l_2 上の点 D に対して, 直線 CD は l_1 および l_2 と直交しているとする. さらに, D を通り l_1 に平行な直線を l_3 とするとき, l_3 上の点 H に対して, 直線 BH は l_3 と直交しているとする.

(1) C, D の座標を求めよ.

(2) H の座標を求めよ. また, 内積 $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CD}$ と $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA}$ を求めよ.

(3) 四面体 $ABCD$ の体積を求めよ.

3 (配点 25 点)

$a > 1$ を満たす定数 a に対して, 連立不等式

$$\begin{cases} y \geq ax^2 \\ y \leq x^2 + 1 \end{cases}$$

の表す領域を D とする. また, $k = -5x + y$ とおく.

- (1) 点 (x, y) が不等式 $y \geq ax^2$ の表す領域上を動くとき, k の最小値とそのときの (x, y) を a を用いて表せ.
- (2) D を図示せよ.
- (3) 点 (x, y) が D 上を動くとき, a の値により場合分けして, k の最大値と最小値, およびそのときの (x, y) をそれぞれ a を用いて表せ.

4-I (配点 25 点)

k を正の実数として、2つの放物線

$$C_1 : y = x^2 - k$$

$$C_2 : x = y^2 - k$$

の共有点を調べる. C_1, C_2 の方程式から y を消去することにより, 方程式 $f(x) = 0$,
ただし

$$f(x) = x^4 - 2kx^2 - x + k^2 - k$$

を得る. また, $g(x) = f'(x)$ とおく.

- (1) k の値により場合分けして, $g(x) = 0$ の異なる実数解の個数を調べよ.
- (2) $g(x) = 0$ が2つの異なる実数解をもつとき, $f(x)$ の増減を調べ, $y = f(x)$ のグラフの概形を描け.
- (3) (2) のとき, C_1 と C_2 の共有点は2個のみであることを示し, それらの座標を求めよ.
- (4) (3) で求めた2個の共有点を通る直線と C_1 とで囲まれた部分の面積を求めよ.

4-II (配点 25 点)

関数

$$f(x) = -2 \sin x \cos x + 2 \cos x$$

を考える.

- (1) $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき, $f(x)$ の増減を調べ, $y = f(x)$ のグラフの概形を描け.
- (2) $\int_0^{2\pi} |f(x)| dx$ を求めよ.





