

解答例・出題の意図

[出題意図] この試験では，入学後に必要となる基礎的な数学の力を確認します．解答は，数値・数式・用語・短文などで簡潔に示せるものについて，その一例を下に示しますが，同等の他の表現も認められます．なお，解答の正確さに加え，論理的な思考過程も評価対象とするため，導出過程の記述も考慮して採点します．

I 線形代数の行列式，連立一次方程式に関する知識・計算力を確認する．

II 行列の固有値・固有ベクトルに関する知識・計算力を確認する．

III 1変数関数の積分法に関する知識・計算力を確認する．

IV 2変数関数の極値問題に関する知識・計算力を確認する．

V 2変数関数の積分法に関する知識・計算力を確認する．

I (1) (10点)
$$\begin{vmatrix} 2 & a & 2 & 2 \\ a & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & a \\ 2 & 2 & a & 2 \end{vmatrix} = (a-2)^3(a+6) = 0 \text{ より, } a = 2, -6.$$

(2) (10点) $a \neq 2$ のとき,
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} a-14 \\ 4-a \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (t \text{ は任意の実数})$$

$a = 2$ のとき,
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5r-2s \\ r \\ r \\ s \end{pmatrix} \quad (r, s \text{ は任意の実数})$$

II (20点) 例えば,
$$P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ⅲ (1) (10 点) $-\frac{1}{9} \log |x-1| + \frac{1}{9} \log |x+2| - \frac{1}{3(x-1)} + C$ (C は積分定数)

(2) (10 点) $\frac{\sqrt{3}\pi}{18}.$

Ⅳ (20 点) $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ を満たす (x, y) は $(x, y) = (0, 1), (0, -1), (1, 0), (-1, 0)$. このうち, $(1, 0)$ で極小値 -4 をとり, $(-1, 0)$ で極大値 4 をとる. $(0, 1), (0, -1)$ では極値をとらない.

Ⅴ (1) (10 点) $\frac{16}{9}$

(2) (10 点) $\frac{(\log 2)^3}{4}$