

数 学 (120 分)

(令和 7 年度 前期日程)

注 意 事 項

問 題 冊 子	解 答 用 紙
1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。 2. 問題冊子は全部で 5 ページである。表紙を開くと白紙があり、その裏が 1 ページ目である。不鮮明な印刷、ページの脱落に気付いたときは、試験監督者に申し出ること。 3. 問題冊子は持ち帰ること。	1. すべての解答用紙に受験番号、氏名を記入すること。記入を忘れたとき、あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがある。 2. 解答用紙の枚数は、5 枚である。 3. 解答は、問題番号と同じ番号の解答用紙の表面に記入すること。なお、解答は答えだけでなく途中の計算も記入すること。

1 (50 点)

3 次関数

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}(2+k)x^2 + 6kx$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 k は実数の定数とする。

- (1) $k = 1$ のとき、 $y = f(x)$ のグラフをかけ。また、区間 $-2 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。
- (2) $k > 2$ のとき、区間 $-2 \leq x \leq 3$ における $f(x)$ の最大値を k を用いて表し、そのときの x の値を求めよ。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。

2 (50 点)

K, A, I, Y, O, D, A, I の 8 文字を使ってできる文字列について、次の問いに答えよ。ただし、同じ文字は区別せず、また、8 文字のうち子音は K, Y, D である。

- (1) 8 文字すべてを使ってできる文字列はいくつあるか。
- (2) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで、同じ文字が少なくとも 1 組は隣り合うものはいくつあるか。
- (3) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで、どの子音も隣り合わないものはいくつあるか。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。

3 (50 点)

関数 $f(x) = 2x^2 - ax - a^2$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a は実数の定数とする。

(1) 2 次方程式 $f(x) = 0$ のすべての解が $-1 \leq x \leq 1$ にあるとき、 a の値の範囲を求めよ。

(2) (1) で求めた範囲を満たす a に対して、

$$S(a) = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$$

とする。 $S(a)$ を求めよ。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。

4 (50 点)

xy 平面上の 2 点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ に対して, 点 $P(x, y)$ が条件

$$AP : BP = m : 1 \quad (m > 0)$$

を満たしながら動くとき, 次の問いに答えよ。

(1) 点 P の軌跡を求めよ。

(2) $m = 2$, $x > 0$, $y > 0$ のとき, $x + 2y$ の最大値を求めよ。

注意：以下の余白，および右ページは計算用である。解答は，解答用紙に記入せよ。

5 (50 点)

n を正の整数とし、多項式 $P(n) = n^4 + 2$ と $Q(n) = n^2 + 2$ の最大公約数を $G(n)$ とする。一般に、正の整数 a, b について、 a を b で割ったときの余りを r とすると、 a と b の最大公約数は、 b と r の最大公約数に等しくなる。等式

$$P(n) = Q(n)(n^2 - 2) + 6$$

が成り立つことに注意して、 $G(n)$ を求めよ。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。