

数 学 (120分)

(令和3年度 前期日程)

注 意 事 項

問 題 冊 子	解 答 用 紙
<ol style="list-style-type: none">1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。2. 問題冊子は全部で10ページである。表紙を開くと白紙があり、その裏が1ページ目である。不鮮明な印刷、ページの脱落到気付いたときは、試験監督者に申し出ること。3. 問題冊子は持ち帰ること。	<ol style="list-style-type: none">1. すべての解答用紙に受験番号、氏名を記入すること。記入を忘れたとき、あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがある。2. 解答用紙の枚数は、5枚である。3. 解答は、指定された箇所に記入すること。なお、解答は答えだけでなく途中の計算も記入すること。

1 次の問いに答えよ。

(配点：50点)

- (1) $y = x^3 - x$ のグラフをかけ。
- (2) a, b を実数の定数とする。 $y = x^3 - x$ と $y = ax + b$ のグラフが相異なる3点で交わるために a, b が満たすべき条件を求めよ。
- (3) $y = x^3 - x$ と $y = ax + b$ のグラフが相異なる3点で交わり、かつ3つの交点の x 座標の値の1つが正、他の2つの値が負になるために a, b が満たすべき条件を求めよ。

注意：以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。

2 xy 平面上の曲線 $C: y = |x^2 + 2x|$ と直線 $l: y = k(x + 2)$ が相異なる 3 点を共有する。ただし、 k は実数の定数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(配点：50 点)

- (1) k の値の範囲を求めよ。
- (2) 3 つの共有点の x 座標を求めよ。必要ならば k を用いてよい。
- (3) 曲線 C と直線 l で囲まれる 2 つの部分の面積の和の最小値と、そのときの k の値を求めよ。

注意：以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。

- 3 $AB > AC$ を満たす $\triangle ABC$ の頂点 A における外角の二等分線と直線 BC の交点を D とする。さらに、辺 AB 上に点 E をとり、直線 DE と直線 AC の交点を F とする。このとき、次の問いに答えよ。

(配点 : 50 点)

- (1) 点 D を通り直線 AC に平行な直線と直線 AB との交点を G とするとき、 $GA = GD$ となることを示せ。
- (2) $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$ を示せ。
- (3) $AC = b$, $AB = c$, $\frac{AE}{AB} = t$ とするとき、 AF を b , c , t を用いて表せ。

注意 : 以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。

4 さいころを6回投げ、出た目を順に $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ とする。これらの数字を用いて $X = \frac{100b_1 + 10b_2 + b_3}{100a_1 + 10a_2 + a_3}$ と定める。このとき、次の問いに答えよ。

(配点：50点)

- (1) $X = 1$ となる確率を求めよ。
- (2) $X = 2$ となる確率を求めよ。
- (3) $X > 1$ となる確率を求めよ。

注意：以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。

5 次の問いに答えよ。

(配点：50点)

- (1) 自然数 a, b, c が等式 $a^2 + b^2 = c^2$ を満たすとき、 a, b, c の少なくとも1つは5の倍数であることを示せ。
- (2) p が5以上の素数であるとき、 $p^2 - 1$ は6の倍数であることを示せ。
- (3) p が5以上の素数であるとき、 $p^2 - 1$ は24の倍数であることを示せ。

注意：以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。

