$\boxed{1}$ （解答例）

(1)

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$$

増減を調べるために微分する。

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x-2)(x+1)$$

したがって，$f'(x) = 0$ となる x は

$$x = -1, \quad x = 2$$

増減表を書くと

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	17	$\searrow$	-10	$\nearrow$

よって

$$x = -1 \text{ で極大}, \quad x = 2 \text{ で極小}$$

極大値と極小値をそれぞれ求めると

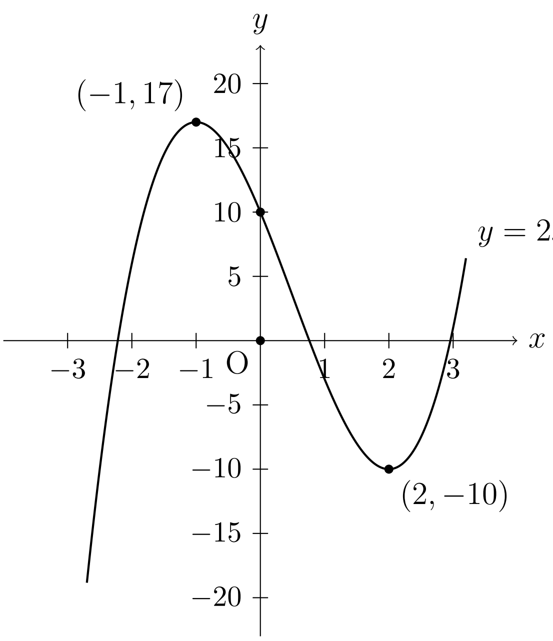
$$f(-1) = -2 - 3 + 12 + 10 = 17$$

$$f(2) = 16 - 12 - 24 + 10 = -10$$

また，切片は

$$f(0) = 10$$

以上より，$y = f(x)$ のグラフは以下のようになる。



(2)

$$g(x) = -6x^2 + a$$

交点は $f(x) = g(x)$ より

$$2x^3 + 3x^2 - 12x + 10 - a = 0$$

3 次方程式が異なる 2 つの解をもつためには，1 つの重解と，重解でない解（単解）を 1 つもてばよい。したがって，

$$h(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 10 - a$$

とおくと，ある $x = t$ において

$$h(t) = 0, \quad h'(t) = 0$$

が成り立てばよい。

$$h'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x+2)(x-1)$$

より，$h'(x) = 0$ となる x は

$$x = 1,\ -2$$

(i) $x = 1$ **のとき**

$$h(1) = 3 - a = 0 \ \Rightarrow\ a = 3$$

このとき

$$2x^3 + 3x^2 - 12x + 7 = (x-1)^2(2x+7)$$

となり，異なる解は 2 つ。

(ii) $x = -2$ **のとき**

$$h(-2) = 30 - a = 0 \ \Rightarrow\ a = 30$$

このとき

$$2x^3 + 3x^2 - 12x - 20 = (x+2)^2(2x-5)$$

となり，異なる解は 2 つ。

以上より，求める a の値は

$$a = 3,\ 30$$

（出題の意図）

数学 II の「微分」の範囲から，3 次関数の増減や極値を微分を用いて調べる基本的な技能を確認するとともに，異なる関数のグラフの交点の個数を，方程式の解の構造から考察する力を評価することを目的として出題した。

$\boxed{2}$ （解答例）

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}, \quad a_1 = 0$$

(1)

$$a_2 = \frac{1}{2}, \qquad a_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

(2)

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

よって

$$a_{n+1} - a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$n = 1$ から $n-1$ まで足すと

$$a_n - a_1 = 1 - \frac{1}{n}$$

$a_1 = 0$ より，求める一般項 a_n は

$$a_n = 1 - \frac{1}{n}$$

（出題の意図）

数学 B の「数列」の範囲から，漸化式で定められた数列について，具体的な項の計算から一般項の導出へと進む基本的な考察力を確認するとともに，部分分数分解を用いた計算処理の正確さを評価することを目的として出題した。

$\boxed{3}$ （解答例）

(1)

$$\mathrm{A}(-\sqrt{3},\,-1),\quad \mathrm{B}(\sqrt{3},\,-1)$$

条件

$$2\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}} = |\overrightarrow{\mathrm{PA}}||\overrightarrow{\mathrm{PB}}|$$

内積の公式より

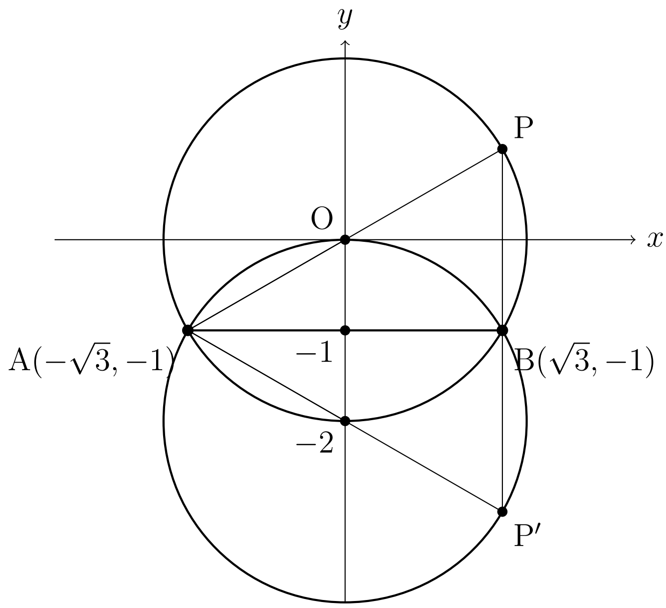
$$2|\overrightarrow{\mathrm{PA}}||\overrightarrow{\mathrm{PB}}|\cos\angle\mathrm{APB} = |\overrightarrow{\mathrm{PA}}||\overrightarrow{\mathrm{PB}}|$$

よって

$$\cos\angle\mathrm{APB} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \angle\mathrm{APB} = 60^\circ$$

これは A，B を見込む円周角が一定であることを意味する。したがって，円周角の定理の逆より，同じ線分 AB を同じ大きさの角で見る点は同じ円周上にあるので，P は弧 AB の上を動く。

(2)



$$\mathrm{AB} = 2\sqrt{3}$$

円周角 60° に対応する半径 R は，

$$2R\sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \;\Rightarrow\; R = 2$$

線分 AB の中点は $(0,\,-1)$ なので，求める円の中心の座標は

$$(0,0),\quad (0,-2)$$

（出題の意図）

数学 I の「図形と計量」と数学 C の「ベクトル」の範囲から，内積の意味と三角比を角度の判定に結び付けて理解しているかを確認するとともに，円周角の性質を利用して点の軌跡を図形的に考察する力を評価することを目的として出題した。

（試験全体を通しての出題の意図）

本試験は，数学の出題範囲である数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学A，数学B（数列），数学C（ベクトル）における基本事項の理解を前提に，多様な内容を横断的に扱い，計算技能のみならず，条件整理，場合分け，図形や数量関係の把握を通して，論理的思考力および問題解決力を総合的に評価することを目的として出題した。