

# 数 学 (120分)

(令和2年度 海洋生命科学部・海洋資源環境学部 前期日程)

## 注 意 事 項

問 題 冊 子	解 答 用 紙
<ol style="list-style-type: none"><li>1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。</li><li>2. 問題冊子は全部で10ページである。表紙を開くと白紙があり、その裏が1ページ目である。不鮮明な印刷、ページの脱落に気付いたときは、試験監督者に申し出ること。</li><li>3. 問題冊子は持ち帰ること。</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. すべての解答用紙に受験番号、氏名を記入すること。記入を忘れたとき、あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがある。</li><li>2. 解答用紙の枚数は、5枚である。</li><li>3. 解答は、指定された箇所に記入すること。なお、解答は答えだけでなく途中の計算も記入すること。</li></ol>





1 3次関数

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 3x + 45$$

について、次の問いに答えよ。

(配点：50点)

- (1)  $f(x)$  を  $\frac{f'(x)}{3}$  で割った余りを求めよ。
- (2) 関数  $y = f(x)$  は  $x = p$  で極大値,  $x = q$  で極小値をもつ。2点  $P(p, f(p))$ ,  $Q(q, f(q))$  の中点  $M$  は曲線  $y = f(x)$  上にあることを示し,  $y = f(x)$  のグラフをかけ。

注意：以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。



2  $\triangle OAB$  において辺  $OB$  を  $4:3$  に内分する点を  $M$  とし、線分  $AM$  を  $7:2$  に内分する点を  $P$  とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$  とおくと、次の問いに答えよ。

(配点：50点)

- (1)  $\vec{OP}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  を用いて表せ。
- (2) 辺  $OA$  上に点  $Q$ , 辺  $OB$  上に点  $R$  をとり、 $\vec{OQ} = q\vec{a}$ ,  $\vec{OR} = r\vec{b}$  とおく。3点  $P, Q, R$  が同一直線上にあるとき、 $|\vec{QP}| : |\vec{PR}| = t : (1-t)$  とおいて  $q$  と  $r$  を  $t$  を用いて表せ。また、 $t$  がとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) (2) と同じ条件のとき、 $\triangle OQR$  の面積が最小および最大になる  $t$  の値をそれぞれ求めよ。

注意：以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。



3 4つのさいころを同時に投げるとき，次の問いに答えよ。

(配点：50点)

- (1) 出る目の最大値が4となる確率を求めよ。
- (2) 出る目の最大値が5かつ最小値が2となる確率を求めよ。
- (3) 出る目の最大値と最小値の差が3という条件のもとで，3の目が少なくとも1つ出る条件付き確率を求めよ。

注意：以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。





- 4  $a_0$  を  $0 \leq a_0 \leq 1$  を満たす定数とする。漸化式  $a_{n+1} = 4a_n(1-a_n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) で定められる数列  $\{a_n\}$  について、次の問いに答えよ。

(配点：50点)

- (1) すべての  $n$  に対し、 $0 \leq a_n \leq 1$  が成り立つことを示せ。
- (2) (1) より  $a_n = \sin^2 \theta_n$  かつ  $0^\circ \leq \theta_n \leq 90^\circ$  を満たす  $\theta_n$  が各  $n$  に対してただ1つ定められる。このとき  $\theta_{n+1}$  を  $\theta_n$  を用いて表せ。
- (3)  $a_0 = \sin^2 30^\circ$ ,  $\sin^2 50^\circ$  のそれぞれの場合において数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

注意：以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。



- 5  $xy$  平面上で  $y = x^2$  と表される放物線  $C_1$  および半径  $r$  の円  $C_2$  を考える。ただし、 $C_1$  と  $C_2$  は共に点  $P(1,1)$  を通り、 $P$  において共通の接線  $l$  をもつ。このとき次の問いに答えよ。

(配点：50 点)

- (1) 円  $C_2$  の方程式をすべて求めよ。
- (2)  $r = \sqrt{5}$  で円  $C_2$  の中心の  $x$  座標が負の場合について考える。 $C_1$  と  $C_2$  の共有点をすべて求めよ。
- (3) (2) と同じ条件のとき、円  $C_2$  およびその内部には、 $C_1$  と  $C_2$  に囲まれる図形が 2 つある。そのうち、面積が小さい方の図形の面積を求めよ。

注意：以下の余白および右ページは計算用である。解答は解答用紙に記入せよ。







