物理　出題の意図

$\boxed{\text{I}}$　運動する物体に働く力を正しく理解し，運動の記述に必要な各種方程式を適切に立式できるかを確認する。その上で，力学的に適切な解法を選択し，与えられた問いに的確に回答できる能力を問う。

$\boxed{\text{II}}$　熱力学の基礎知識である，理想気体の状態方程式，気体の膨張による仕事，理想気体の内部エネルギー変化を問う。

$\boxed{\text{I}}$

(1)　答：$\sqrt{2gh}$

力学的エネルギー保存の法則より

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$　よって、$v = \sqrt{2gh}$

(2)　v_1：$\frac{1}{4}\sqrt{2gh}$　　d：$\sqrt{\frac{3mgh}{2k}}$

小球と台、物体 A は質量$m + m + 2m = 4m$になって一体となって運動するため、運動量保存則より、

$4mv_1 = mv$　よって、$v_1 = \frac{1}{4}v = \frac{1}{4}\sqrt{2gh} = \sqrt{\frac{gh}{8}}$

また、力学的エネルギー保存の法則より

$$\frac{1}{2}4m{v_1}^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}4m\left(\frac{1}{4}v\right)^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Leftrightarrow kd^2 = \left(1 - \frac{1}{4}\right)mv^2 = \frac{3m}{4}v^2$$

よって、$d = \sqrt{\frac{3m}{4k}}\ v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3m}{k}}\ v = \sqrt{\frac{3mg}{2k}}$

(3)　v_2：$\sqrt{\frac{gh}{2}}$　　v_3：$-\sqrt{\frac{gh}{2}}$

運動量保存の法則より、

$$(m + 2m)v_2 + mv_3 = mv$$

$$\Leftrightarrow v_3 = v - \frac{m + 2m}{m}v_2 = v - 3v_2$$

力学的エネルギー保存の法則より、

$$\frac{1}{2}(m + 2m){v_2}^2 + \frac{1}{2}m{v_3}^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(m + 2m){v_2}^2 + \frac{1}{2}m(v - 3v_2)^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Leftrightarrow 3{v_2}^2 + (v - 3v_2)^2 = v^2$$

$$\Leftrightarrow 12{v_2}^2 - 6v_2v = 0$$

$$\Leftrightarrow 6(2v_2 - v)v_2 = 0$$

$$v_2 = \frac{1}{2}v = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

$$v_3 = v - 3v_2 = v - 3\frac{1}{2}v = -\frac{1}{2}v = -\sqrt{\frac{gh}{2}}$$

※$v_2 = \frac{1}{3}(v - v_3)$の場合

$$\frac{1}{2}(m+2m){v_2}^2 + \frac{1}{2}m{v_3}^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(m+2m)\left\{\frac{1}{3}(v - v_3)\right\}^2 + \frac{1}{2}m{v_3}^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Leftrightarrow (v - v_3)^2 + 3{v_3}^2 = 3v^2 \Leftrightarrow 2v^2 + 2vv_3 - 4{v_3}^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(v + 2v_3)(v - v_3) = 0$$

$$\Leftrightarrow v_3 = -\frac{1}{2}v = -\sqrt{\frac{gh}{2}}、\ v_2 = \frac{1}{2}v = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

(4)　　答：1/4 倍

はね返った小球の達する高さを h' とすると、力学的エネルギーの法則より

$$mgh' = \frac{1}{2}m{v_3}^2 = \frac{1}{2}m\left(-\frac{1}{2}v\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{1}{4}mgh$$

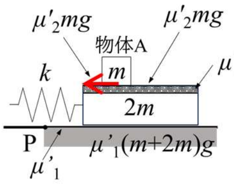
$h' = \frac{1}{4}h$

(5)　　F：$\mu_2 mg$　　向き：左向き

物体 A は台の上を右向きに運動しており、摩擦力は運動の反対方向に作用するので左向き

物体 A に働く垂直抗力の大きさは mg であるため、台と物体 A との間の摩擦力の大きさは

$F_\mu = \mu'_2 mg$　（図中赤）



(6)　　答：$a = \left(-\frac{3}{2}\mu'_1 + \frac{1}{2}\mu'_2\right)g$

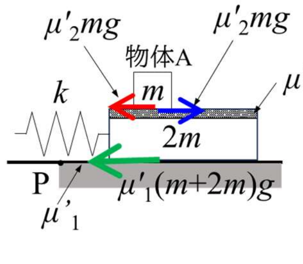
台は右向きに運動しているため台と水平面の間に働く摩擦力は左向きでその大きさは、

$\mu'_1(m+2m)g$　（図中緑）

台が物体 A から受ける摩擦力は右向き（作用反作用、または物体 A に対して台は左向きに運動しているので摩擦力はその反対）でその大きさは、$\mu'_2 mg$　（図中青）

よって台の運動方程式は、$2ma = -\mu'_1(m+2m)g + \mu'_2 mg$

$$a = \left(-\frac{3}{2}\mu'_1 + \frac{1}{2}\mu'_2\right)g$$



II

(1) $p_1：p_0$ $T_1：\frac{p_0L_0S}{R}$

力のつり合いより，

$$p_1 = p_0$$

理想気体の状態方程式より，

$$p_1L_0S = RT_1$$

$$\therefore T_1 = \frac{p_1L_0S}{R} = \frac{p_0L_0S}{R}$$

(2) 答：$p_0 + \frac{kx}{S}$

力のつり合いより，

$$p_2S = p_0S + kx$$

$$\therefore p_2 = p_0 + \frac{kx}{S}$$

(3) 答：$\left(2p_0 + \frac{kx}{S}\right)\frac{xS}{2}$

ピストンの位置が x のときの圧力を p，体積を V とする。
圧力 p は,

$$p = p_0 + \frac{kx}{S}$$

一方体積 V は

$$V = (L_0 + x)S$$

したがって,

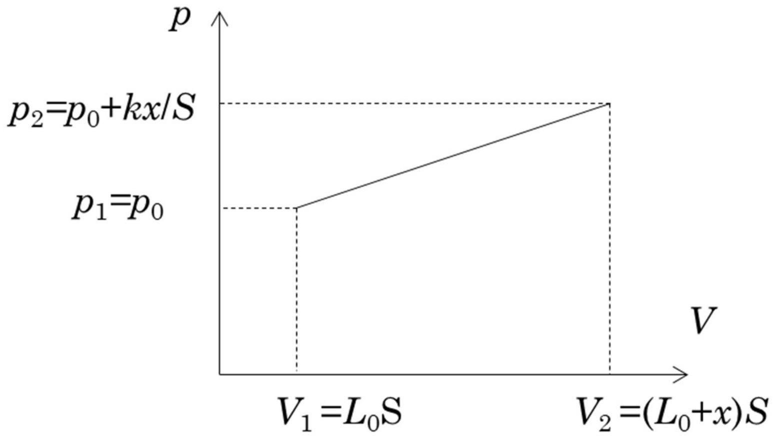
$$x = \frac{V}{S} - L_0$$

これを p の式に代入すると，

$$p = p_0 + \frac{k}{S}\left(\frac{V}{S} - L_0\right)$$

したがって，p は V の一次式である。
仕事 W は p-V 図の面積から，

$$\therefore W = \frac{(p_1 + p_2)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{\left(p_0 + p_0 + \frac{kx}{S}\right)\left((L_0 + x)S - L_0 S\right)}{2} = \frac{\left(2p_0 + \frac{kx}{S}\right) xS}{2}$$



(4)　答：$\frac{3}{2}\left(RT_0 - \left(p_0 + \frac{kx}{S}\right)(L_0 + x)S\right)$

内部エネルギー変化 ΔU は状態 3 と状態 4 の温度だけで決まる。状態 3 における温度は，状態 2 の温度 T_2 である。また，熱平衡に達するので状態 4 における気体の温度は T_0 である。

$$\therefore T_2 = \frac{p_2 V_2}{R} = \frac{1}{R}\left(p_0 + \frac{kx}{S}\right)(L_0 + x)S$$

$$\therefore \Delta U = \frac{3}{2} R \Delta T = \frac{3}{2} R \left(T_0 - \frac{1}{R}\left(p_0 + \frac{kx}{S}\right)(L_0 + x)S\right) = \frac{3}{2}\left(RT_0 - \left(p_0 + \frac{kx}{S}\right)(L_0 + x)S\right)$$