数　　　　学 (120分)

（令和７年度　前期日程）

注 意 事 項

１．試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

２．この冊子は全部で９ページから成っています。表紙を開くと白紙があります。さらに，その白紙を開いた左のページから１ページ目の問題がはじまります。印刷が不鮮明な場合，又はページの脱落に気付いたときは，申し出てください。

３．解答用紙は４枚です。

４．解答は必ず解答用紙の指定された欄に記入してください。(裏面は使用しないこと。)

５．解答用紙には必ず受験番号，氏名を記入してください。記入を忘れたとき，あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがあります。

６．解答用紙の解答欄に，関係のない文字，記号，符号などを記入してはいけません。

７．数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B・数C を選択する者は $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4-\mathrm{I}}$を，数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B・数Cを選択する者は $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4-\mathrm{II}}$ を解答してください。$\boxed{4-\mathrm{I}}$, $\boxed{4-\mathrm{II}}$ については解答用紙の指示に従い，解答するほうを○で囲んでください。

８．解答は100点満点で採点され，海事システム工学科と海洋電子機械工学科は採点結果の３倍が，流通情報工学科は採点結果の２倍が得点になります。

９．試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

$\boxed{1}$ （配点 25 点）

座標平面上の曲線 C： $y=-x^2+4x$ と直線 ℓ： $y=x$ を考える．実数 t に対し，C の点 $(t, -t^2+4t)$ における接線を m とし，ℓ と m が共有点をもたないような t の値を a とする．

(1) a を求めよ．また，$t \neq a$ のとき，ℓ と m の交点の座標を求めよ．

(2) $0<t<a$ のとき，C の $x \leqq a$ の部分，ℓ および m で囲まれた図形の面積を t を用いて表せ．

(3) $t=-1$ のとき，C の $x \leqq a$ の部分，ℓ および m で囲まれた図形の面積を求めよ．

$\boxed{\mathbf{2}}$ （配点 25 点）

一辺の長さが 1 で $\angle \mathrm{AOB} = 120^\circ$ のひし形 OACB を考える．線分 OA を $1:3$ に内分する点を D とし，線分 CD の中点を E とする．E を通り直線 CD と直交する直線と，直線 OB の交点を F とする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とおく．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(3) 四角形 ODEF の面積を求めよ．

$\boxed{\mathbf{3}}$ （配点 25 点）

実数 t に対し，座標平面上の 2 直線 ℓ： $tx+y-7t=0$ および m： $-x+ty-1=0$ を考える．

(1) ℓ，m はそれぞれ t の値によらずに定点を通ることを示し，それぞれの定点の座標を求めよ．

(2) t が $-\dfrac{1}{\sqrt{3}} \leqq t \leqq \sqrt{3}$ の範囲を動くとき， ℓ と m の交点の軌跡を図示せよ．

4 - I （配点 25 点）

a，b，c を実数とし，$a>0$ とする．座標平面上の 2 つの放物線 C_1：$y=-x^2$，C_2：$y=ax^2+bx+c$ を考える．

(1) C_1，C_2 が共有点をもたないための a，b，c についての必要十分条件を求めよ．

(2) (1) の条件が満たされるとき，C_1，C_2 の両方に接する直線が 2 本存在することを示せ．

(3) $b=0$，$c=a^2+a$ とするとき，(1) の条件が満たされるかどうか確かめ，満たされるような a に対し，(2) の 2 本の直線および C_2 で囲まれる図形の面積を a を用いて表せ．

(4) (1) の条件を満たす a，b，c に対し，(2) の 2 本の直線を ℓ，m とする．C_1 と ℓ，m との接点をそれぞれ $\mathrm{P_1}$，$\mathrm{Q_1}$ とし，C_2 と ℓ，m との接点をそれぞれ $\mathrm{P_2}$，$\mathrm{Q_2}$ とする．また，ℓ と m の交点を R とする．このとき，$\triangle\mathrm{P_1Q_1R}$ と $\triangle\mathrm{P_2Q_2R}$ は相似であることを示し，その相似比 $\dfrac{\mathrm{P_2Q_2}}{\mathrm{P_1Q_1}}$ を a，b，c を用いて表せ．

4-II （配点 25 点）

関数 $f(x) = (x-1)e^{-x+2}$ に対し，座標平面上の曲線 C : $y = f(x)$ を考える．また，実数 p に対し，点 $\mathrm{P}(p,\ f(p))$ における C の接線を ℓ とする．

(1) 極限 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$ および $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ を求めよ．ただし，$\displaystyle\lim_{x\to\infty} xe^{-x} = 0$ を用いてよい．

(2) $f(x)$ の増減および C の凹凸を調べ，C の概形を描け．

(3) P が C の変曲点であるときの p に対し，C の $x \leqq p$ の部分，ℓ の $x \geqq p$ の部分，および x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ．