

数 学 (120分)

(令和5年度 前期日程)

注 意 事 項

問 題 冊 子	解 答 用 紙
<ol style="list-style-type: none">1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。2. 問題冊子は全部で10ページである。表紙を開くと白紙があり、その裏が1ページ目である。不鮮明な印刷、ページの脱落到気付いたときは、試験監督者に申し出ること。3. 問題冊子は持ち帰ること。	<ol style="list-style-type: none">1. すべての解答用紙に受験番号、氏名を記入すること。記入を忘れたとき、あるいは誤った番号を記入したときは失格となることがある。2. 解答用紙の枚数は、5枚である。3. 解答は、問題番号と同じ番号の解答用紙の表面に記入すること。なお、解答は答えだけでなく途中の計算も記入すること。

1 次の問いに答えよ。

(配点：50点)

- (1) 関数 $y = -2x^3 + 3x^2 + 12x$ の増減を調べ、極値を求め、そのグラフをかけ。
- (2) 方程式 $-2x^3 + 3x^2 + 12x = k$ が異なる3つの実数解をもつとき、定数 k の範囲を求めよ。
- (3) (2)において、3つの解を大きい順に $\alpha > \beta > \gamma$ とおく。 $-\frac{1}{2} < \beta < \frac{3}{2}$ となるとき、 α の範囲を求めよ。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。

2 放物線 $y = x^2$ を C_1 , 放物線 $y = x^2 - 4x + 4a$ を C_2 とし, C_1, C_2 に共通な接線を l とする。ただし, a は実数の定数とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(配点: 50 点)

- (1) C_1 と C_2 の交点を Q とするとき, Q の x 座標を a を用いて表せ。
- (2) l と C_1, C_2 との接点をそれぞれ P_1, P_2 とするとき, P_1, P_2 の x 座標をそれぞれ a を用いて表せ。
- (3) Q を通り y 軸に平行な直線は, C_1, C_2 と l で囲まれた図形の面積 S を 2 等分することを示せ。

注意: 以下の余白, および右ページは計算用である。解答は, 解答用紙に記入せよ。

3 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は以下の (ア) と (イ) の条件をそれぞれみたす。

(ア) $(\vec{AB} - \vec{BC}) \cdot (\vec{AB} - \vec{CB}) = 0$

(イ) $\vec{DE} \cdot \vec{EF} = \vec{EF} \cdot \vec{FD} = \vec{FD} \cdot \vec{DE}$

このとき、次の問いに答えよ。

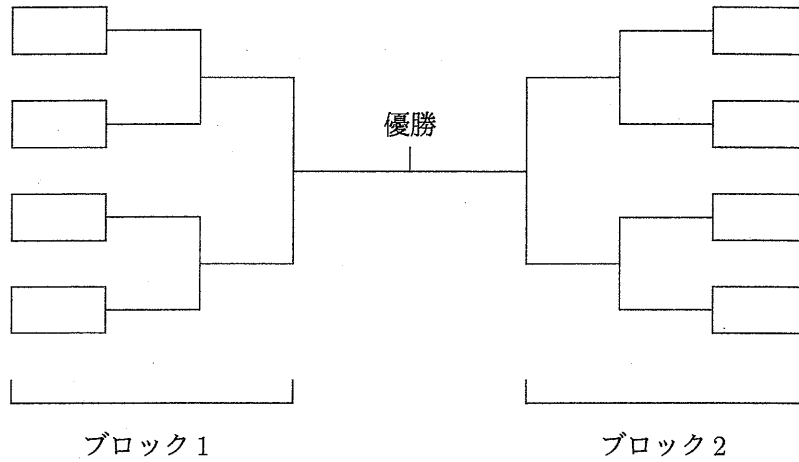
(配点：50点)

(1) $\triangle ABC$ はどのような三角形か推定し、その推定が正しいことを証明せよ。

(2) $\triangle DEF$ はどのような三角形か推定し、その推定が正しいことを証明せよ。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。

- 4 A, B, C, D, E, F, G, H の8チームが下の図で示すトーナメント方式で競技を行う。A と B の対戦では、どちらが勝つ確率も $\frac{1}{2}$ とする。C, D, E, F, G, H の6チームのうち、どの2チームが対戦する場合にも、両チームとも勝つ確率は $\frac{1}{2}$ とする。また、A あるいは B が C, D, E, F, G, H のいずれかと対戦するときに勝つ確率は $\frac{2}{3}$ とする。ただし、引き分けは起こらないものとする。このとき、次の問いに答えよ。



□にはA, B, C, D, E, F, G, Hのいずれかが入る。

(配点：50点)

- (1) A はブロック1に、B はブロック2に配置され、C から H の6チームは無作為に配置されるとき、A が優勝する確率を求めよ。
- (2) A と B も含めた8チームが無作為に配置されるとき、A が優勝する確率を求めよ。

注意：以下の余白、および右ページは計算用である。解答は、解答用紙に記入せよ。

5 $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, θ の関数を次のように定義する。

$$y = -\cos 2\theta + \sqrt{3} \sin 2\theta - \cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta$$

このとき, 次の問いに答えよ。

(配点 : 50 点)

(1) y が実数 a, b, c, k を用いて

$$y = as^2 + bs + c, \quad s = \cos \theta + k \sin \theta$$

と表されるとき, a, b, c, k の値をそれぞれ求めよ。

(2) $y \leq 0$ を満たす θ の範囲を求めよ。

注意 : 以下の余白, および右ページは計算用である。解答は, 解答用紙に記入せよ。

